

数学 II 計算力チェック

3年_____組_____番 名前_____

1. 関数 $f(x) = -x^2 + 4x$ とする。次に定める図形の面積を求めよ。

(1) $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる

(2) $y = f(x)$ と x 軸, $x = -2$, $x = 2$ で囲まれる

1 関数 $f(x) = -x^2 + 4x$

$f(x) = 0$ として解くと、

$-x(x-4) = 0$ より $x = 0, 4$ である。

$y = f(x)$ のグラフは上に凸なので

$x < 0, x > 4$ で $f(x) < 0$ であり、

$0 \leq x \leq 4$ で $f(x) \geq 0$ である。

(1) グラフと交点から積分範囲は $0 \leq x \leq 4$

$0 \leq x \leq 4$ で $f(x) \geq 0$ なので、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^4 \\ &= \left(-\frac{64}{3} + 32 \right) - (0) \\ &= \frac{32}{3} \end{aligned}$$

(2) $y = f(x)$ は

$x < 0, x > 4$ で $f(x) < 0$ であり、

$0 \leq x \leq 4$ で $f(x) \geq 0$ であるから、

求める面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 -(-x^2 + 4x) dx \\ &\quad + \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_{-2}^0 + \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^2 \\ &= 0 - \left(-\frac{8}{3} - 8 \right) + \left(-\frac{8}{3} + 8 \right) - 0 \\ &= 16 \end{aligned}$$